

KMITY A VLNY

Úloha z 12.11.2007:

1. Tón zahraný na hudební nástroj má určitý rozptyl frekvencí; jestliže tón trvá velice krátce, může být rozptyl příliš velký na to, aby posluchač mohl správně určit jeho výšku. Odhadněte trvání tónu, které právě dovoluje posluchači, aby ho umístil do nejbližšího půltónu (což odpovídá 6 procentům posunu frekvence) jednak pro vysoký tón na pikole o frekvenci 3,7 kHz a jednak pro nejnižší tón na kontrabasu o frekvenci přibližně 37 Hz.
2. Dioda usměrňuje střídavé napětí tak, že odstraňuje zápornou část cyklu. Vyjádřete výsledné napětí pomocí Fourierovy řady. Jaký je poměr výkonů stejnosměrné složky výsledného proudu, složky proudu se stejnou frekvencí jako vstupní napětí a složky o dvojnásobné frekvenci?
3. Dvojcestný usměrňovač vytváří z napětí o průběhu $\cos \omega t$ napětí s průběhem $|\cos \omega t|$. Jako v předchozím případě vyjádřete výsledné napětí pomocí Fourierovy řady. Jaký je poměr výkonů stejnosměrné složky výsledného proudu, složky proudu se stejnou frekvencí jako vstupní napětí a složky o dvojnásobné frekvenci?
4. Uvažujte periodickou funkci obdélníkového tvaru $f(x) = 1$ pro $|x| < g$ a $f(x) = 0$ pro $g < |x| < \pi$, kde $0 < g < \pi$. Vyjádřete tuto funkci pomocí Fourierovy řady.
5. Najděte Fourierovu řadu pro pilovitou funkci o tvaru $f(x) = hx$ pro $-\pi < x < \pi$, kde h je nějaká konstanta, a $f(x + 2\pi) = f(x)$.

Výsledky: 1. 4,5 ms, 0,42 s; 2. $(a_1/a_0)^2 = 2,47$, $(a_2/a_0)^2 = 0,44$; 3. $(a_1/a_0)^2 = 0$, $(a_2/a_0)^2 = 0,44$; 4. $a_k = \frac{2}{\pi k} \sin(kg)$; 5. $b_k = 2(-1)^{k+1}/k$.